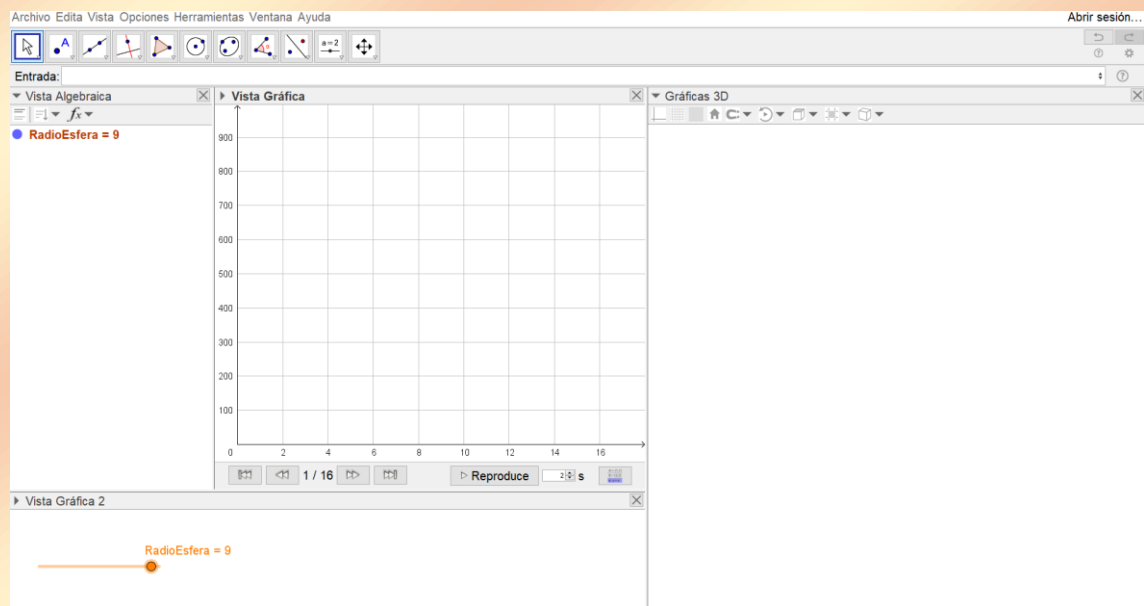


OPTIMIZACIÓN: CONO INSCRITO EN UNA ESFERA

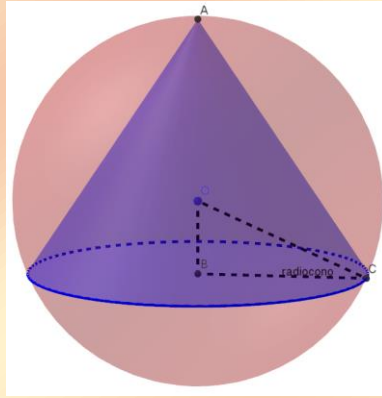
Calcula la altura del cono de volumen máximo inscrito una esfera de radio R .

PASOS A REALIZAR CON GEOGEBRA

- Colocamos las vistas: utilizaremos la vista gráfica 1, la vista gráfica 2, vista algebraica y vista 3D.



- Creamos el deslizador RadioEsfera=9. Colocamos este deslizador en la vista gráfica 2.
- Creamos el punto $O=(0,0,0)$, centro de la esfera.
- Creamos el vértice del cono, que pertenecerá a la esfera: $A=(0,0, \text{RadioEsfera})$.
- Creamos un deslizador con la altura de cono: $\text{alturacono}=6$, con mínimo 0, máximo $2 \cdot \text{RadioEsfera}$ e incremento de 0,01. Colocamos este deslizador en la vista gráfica 2.
- Creamos el centro del círculo de la base $B=A-(0,0, \text{alturacono})$.
- A la misma altura que B necesitamos un punto de la esfera para construir el círculo de la base:
 - Construimos una recta paralela al eje X y que pase por B.
 - Interseca(esfera,recta). Ojo, la herramienta no funciona con la recta definida así. Creará dos puntos C y D.
- Calculamos el radio de la base: $\text{radiocono}=\text{Distancia}(B,C)$.
- Construimos el cono: $\text{Cono}(\text{centro de la base}, \text{vértice}, \text{radiocono})$.
- Para ver la relación entre el radio de la base y la altura sería bueno crear los siguientes segmentos:



En principio, el cono ya está construido. Podemos mover el deslizador y ver el volumen que va tomando. ¿Para qué valor de la altura es el que se obtiene el volumen máximo?

Vamos a construir la función que nos da el volumen en función de altura. Necesitamos poner la altura en función del radio. Aprovechando el triángulo rectángulo que hemos construido antes:

Llamamos r al radio del cono y R al radio de la esfera:

$$r^2 = R^2 - (h - R)^2 = -h^2 + 2hR$$

Por tanto, el volumen es:

$$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot (-h^3 + 2hR)$$

- Preparamos los ejes de la vista gráfica 1:
 - Mostramos sólo la parte positiva de los ejes.
 - El EjeX que vaya desde -1 hasta alturacono.
 - El EjeY que vaya desde -100 hasta 1000.
- Dibujamos la función que sólo definiremos entre 0 y 2*RadioEsfera:
Función(1/3*pi*(-x^3+2*RadioEsfera*x)
- Hallamos el máximo de la función: extremo(función).
- Por último, vamos a crear un punto que recorra la función: (alturacono,cono). Le cambiamos el color y lo hacemos un poco más grueso.
- Animamos el deslizador de la altura y vemos cómo varía el volumen con respecto de la altura en la gráfica.