


EJERCICIOS CAS

GeoGebra para hacer Matemáticas en el aula de Secundaria

CFIE de Segovia

1. Utiliza la vista CAS para realizar la siguiente operación con números enteros y racionales:

$$\left[\frac{4}{5} + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{-3}{2} \right) \right] \cdot 2 + \left[\frac{4}{3} \cdot \left(\frac{-5}{4} \right) - \frac{1}{2} : \frac{7}{4} \right]^{-1}$$

Observación. Escribe la operación y como primera opción haz clic en el botón  para ver que la estructura está correcta. En la siguiente línea das a la barra espaciadora para copiar la expresión anterior y al botón =.

2. Halla el máximo común divisor y el mínimo común múltiplo de los siguientes números:

a) 315 y 294

b) 3, 18 y 96

Observación. Para dos números utiliza los comandos **mcd(a,b)** y **mcm(a,b)**. Para tres o más números, estos han de meterse como una lista: **mcd({a,b,c})**

3. Comprueba con los números del apartado a) del ejercicio anterior que se cumple

$$mcd(a,b) \cdot mcm(a,b) = a \cdot b$$

4. Comprueba si los siguientes números son primos:

a) 9 859

b) 78 227

Observación. Utiliza el comando **EsPrimo(a)**.

5. Factoriza los siguientes números e indica cuáles son primos y cuáles no:

a) 691

b) 1512

Observación. Utiliza el botón Factoriza de la barra de herramientas o el comando **factoriza(a)**.

6. ¿Cuántos divisores tiene el número 360? Enuméralos.

Observación. Utiliza los comandos **divisores(a)** y **listadivisores(a)**.

7. Halla el cociente y el resto de dividir 360 entre 14.

Observación. Utiliza los comandos **División(a,b)** o bien **Cociente(a,b)** y **Resto(a,b)**.

8. Realiza las siguientes operaciones, escribiendo los resultados en notación científica:

a) $3,15 \cdot 10^{-3} + 4,5 \cdot 10^{-4}$ b) $(4,8 \cdot 10^4) \cdot (2,4 \cdot 10^{-6})$

Observación. Utiliza el comando **NotaciónCientífica**(*<Número>*, *<Precisión>*), que convierte cualquier número a notación científica con la precisión deseada.

9. Simplifica los siguientes radicales y da su valor aproximado:

a) $\sqrt{80}$ b) $\sqrt[3]{10000}$ c) $\sqrt[4]{32}$

Observación. Para la raíz cuadrada utiliza el comando **sqrt(a)** y para cualquier otra raíz el comando **raízn(radicando,índice)**

10. Desarrolla las siguientes expresiones:

a) $(2 - \sqrt{2})^3$
b) $(3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}) \cdot (\sqrt{2} + \sqrt{3}) - (2 - \sqrt{6})^2$

11. Racionaliza, opera y simplifica:

a) $\frac{5}{\sqrt{2}}$ b) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2} - \sqrt{5}}$

12. Calcula los siguientes logaritmos:

a) $\log_2 8$ b) $\log_5 25$ c) $\log 100$ d) $\ln(2e)$

Observación. El logaritmo decimal se escribe como **log(a)**, el logaritmo neperiano como **ln(a)**, el logaritmo en base 2 como **log2(a)** y en cualquier otra base **log(base,número)**.

El número e se escribe con **Alt+e** o eligiéndolo del menú de símbolos. En algunas ocasiones



tendréis que utilizar el botón aproximar.

13. Dados los polinomios $P(x) = x^3 - 3x^2 + 2x - 1$, $Q(x) = -x^2 + 2x - 3$ y $R(x) = x + 2$, calcula:

a) $3 \cdot Q(x)$
b) $P(x) \cdot Q(x)$
c) $P(-1)$

14. Desarrolla y simplifica

$$\left(\frac{2}{3}x - 1\right)(3x + 6) + (x + 1)(x - 1) - (x + 2)^2$$

15. Saca factor común en las siguientes expresiones (*utiliza la herramienta **Factoriza***).

a) $3b + 12$ c) $15xy + 30x$
b) $7x - 21$ d) $4u^2v^2 - 12uv^2$

16. Calcula el resto de la división $(x^4 - 6x^3 + 9x^2 - 8x + 3) : (x^2 - 5x + 3)$. ¿Qué relación hay entre estos dos polinomios?

17. Calcula el valor numérico del polinomio $A(x) = -x^4 - 3x^3 - x^2 + 3x - 1$ para $x = 1$ y $x = -5$ por dos métodos distintos:
- Hallando el valor numérico $A(1)$ y $A(-5)$.
 - Hallando el resto de dividir $A(x) : (x - 1)$ y $A(x) : (x + 5)$
 - ¿Sabes el nombre del Teorema que hemos utilizado?
18. ¿Qué son las raíces de un polinomio?, ¿podrías decir si $x = -2$ y $x = 3$ son raíces de $x^3 - 7x - 6$? Dibuja la gráfica de la función $y = x^3 - 7x - 6$. ¿Qué relación tienen las raíces con la gráfica de la función? Viendo la gráfica, ¿podrías dar otra raíz del polinomio anterior? Comprueba tu teoría.
19. Descompón en factores los siguientes polinomios
- $x^3 - 3x + 2$
 - $x^3 + 7x^2 + 7x - 15$
 - ¿Cuáles son las raíces de los polinomios anteriores? Compruébalo con la gráfica de las funciones correspondientes.
20. Profesor: crea una pregunta para un examen en la que el alumno tiene que factorizar un polinomio y quieres que tenga como resultado $(x + 2)(2x - 3)x^2$
21. Encuentra un polinomio que tenga por raíces 2, -3, 1.
22. Encuentra un polinomio de grado 4 que sólo tenga como raíces reales -1, 3, 5.
23. Halla el máximo común divisor y el mínimo común múltiplo de los siguiente pares de polinomios escribiendo previamente su factorización:
- $$C(x) = x^6 + 5x^5 + x^4 - 37x^3 - 86x^2 - 76x - 24 \quad \text{y} \quad D(x) = x^6 - 30x^4 - 108x^3 - 159x^2 - 108x - 28$$
24. Simplifica la siguiente fracción algebraicas:

$$\frac{x^2 - 6x + 9}{x^2 - 9}$$

25. Realiza las siguientes operaciones:

$$a) \frac{x}{x+5} - \frac{2}{x+1}$$

$$b) \frac{x+3}{x} \cdot \frac{x^2}{x^2-9}$$

Observación. Utiliza el comando **Desarrolla(a)** si es necesario.

26. Resuelve las siguientes ecuaciones:

$$a) \frac{3-x}{2} - \frac{2(x-3)}{4} = 1$$

$$b) 3\sqrt{2x+2} - \sqrt{x+24} = 1$$

$$c) \log(4x+2) - \log(5x-1) = 1$$

Observación. Puedes utilizar la herramienta de resolver ecuaciones o utilizar los comandos **Resuelve(ecuación)**, **Soluciones(ecuación)**.

27. Encuentra los valores de x que cumplen las siguientes expresiones:

a) $|x - 3| = 1$

b) $|x - 1| \leq 2$

c) $|2x - 3| > 1$

28. Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones:

a)
$$\left. \begin{array}{rcl} 4x - y & = & 3 \\ 4x + 4y & = & 12 \end{array} \right\}$$

b)
$$\left. \begin{array}{rcl} x^2 - y^2 & = & 15 \\ x \cdot y & = & 4 \end{array} \right\}$$

29. Resuelve el siguiente sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas.

$$\left. \begin{array}{rcl} -x + 2y - z & = & 4 \\ 3x - y + z & = & 1 \\ 2x + y & = & 5 \end{array} \right\}$$

30. Calcula m y n para que el polinomio $x^4 + mx + n$ sea divisible por $x^2 - 6x + 5$.

31. Dadas las matrices $M = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & -2 \end{pmatrix}$ y $N = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 3 \\ 2 & -2 & 1 \\ 3 & 2 & -1 \end{pmatrix}$, calcula

a) $3M + 2N$.

b) $M \cdot N$

c) La matriz traspuesta de M . Utiliza el comando **Traspone(M)**.

d) El determinante de M . Utiliza el comando **Determinante(M)**.

e) El rango de la matriz M . Utiliza el comando **RangoMatriz(M)**.

f) La inversa de la matriz M . Utiliza el comando **Inversa(M)**.

32. Calcula los siguientes límites:

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} (-x^5 + 2x^2 - 3)$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{3+x} - \sqrt{3}}{\sqrt{x}}$

33. Estudia los límites laterales en $x = 3$ de la función $f(x) = \frac{x^2}{x-3}$

34. Calcula la primera y segunda derivada de la siguiente función:

$$f(x) = \frac{x+1}{x-1}$$

35. Calcula la integral de la función $f(x) = \ln x$